14 Pour chacun des cas ci-dessous, donner la solution f sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle.

1. $y''+2y=0$, $y(0)=1$ et $y'(0)=\sqrt{2}$.
2. $y''+16y=0$, $y(\pi)=-1$ et $y'(\pi)=-2$.
3. $y''+\frac{y}{4}=0$, $y(-\pi)=1$ et $y'(-\pi)=0$.

15 On désigne par (E) l'équation différentielle $y''=2y'$.

1. En posant $z=y'$, résoudre (E) sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer la solution f de (E) vérifiant $f'(0)=1$ et $f(0)=2$.

16 On désigne par (E) l'équation différentielle $y''=-3y'+1$.

1. En posant $z=y'$, résoudre (E) sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer la solution f de (E) vérifiant $f'(0)=0$ et $f(0)=0$.

17 1. Résoudre l'équation différentielle $y''+16y=0$.

2. Trouver la solution f de cette équation vérifiant $f(0)=1$ et $f'(0)=4$.
3. Trouver deux réels positifs a et b tels que pour tout réel t, $f(t)=\sqrt{2}\cos(at-b)$.
4. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0,\frac{\pi}{8}]$.

18 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y''+y'=0$.

2. En déduire les solutions de l'équation différentielle $y'''+y''=0$.

19 1. Linéariser $\cos^4(x)$.

2. Déterminer les réels a, b et c pour que la fonction $g: x\mapsto a\cos(4x)+b\cos(2x)+c$ soit solution de l'équation différentielle. $(E): y''+y'=\cos^4(x)$.
3. Montrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si la fonction $f-g$ est solution de l'équation différentielle $y''+y'=0$.
4. En déduire toutes les solutions de (E), puis celle qui vérifie les conditions $y(0)=1$ et $y'(0)=0$.

20 Soit l'équation différentielle $4y''+\pi^2y=0$

1. Résoudre cette équation différentielle.
2. Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

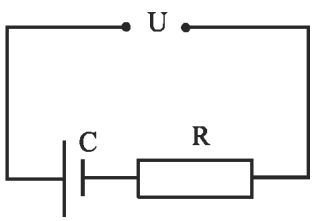
Déterminer la fonction g solution de cette équation différentielle, qui satisfait aux conditions ci-dessous.

- La courbe représentative de g passe par le point N de coordonnées $\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.
- La tangente à cette courbe en N est parallèle à l'axe des abscisses.

3. Vérifier que pour tout réel x, $g(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}x-\frac{\pi}{4}\right)$.

21 On considère le circuit électrique ci-dessous où C est la capacité du condensateur, R la valeur de la résistance et U désigne la tension aux bornes du circuit.

En physique, on montre que $Rq'(t)+\frac{1}{C}q(t)=U$ où q, la charge du condensateur, est une fonction du temps qui prend la valeur 0 pour $t=0$.



1. Ecrire l'équation différentielle vérifiée par q.
2. Montrer que $q(t)=CU-CUe^{-\frac{t}{RC}}$
3. Sachant que l'intensité $i(t)=q'(t)$, déterminer $i(t)$.

22 On se propose de déterminer les fonctions f continues sur $\mathbb{R}$ et vérifiant l'équation

(E): Pour tout réel x, $f(x)=\int_0^x f(t)dt+x$.